Génération d'une suite, variation et représentation graphique

Calcul des termes d'une suite

Exercice 1 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = 3n^2 - 1$. Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 2 Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = -5n^2 + 2$. Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 3

1. Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = 2u_n - 5 \end{cases}$
   Déterminer ses quatre premiers termes.
2. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = 5 + 2^n$. Calculer ses quatre premiers termes.
3. Que constate-t-on ?
4. À l'aide de la calculatrice, retrouver les résultats des questions 1. et 2.

Exercice 4

1. Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par : $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 5 \end{cases}$
   Déterminer ses quatre premiers termes.
2. Soit la suite (v_n) définie par $v_n = n^2 + 4n + 7$. Calculer ses quatre premiers termes.
3. Que constate-t-on ?
4. À l'aide de la calculatrice, retrouver les résultats des questions 1. et 2.

Exercice 5 Une association caritative a constaté que chaque année 20 % des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que 300 nouveaux donateurs en effectuaient un. On étudie le nombre de donateurs au fil des années. Lors de la 1re année de l'étude en l'an 2020, l'association comptait 1 000 donateurs. On note u_n le nombre de donateurs l'année $2020 + n$. On a donc $u_0 = 1000$.

1. Justifier que diminuer de 20 % revient à multiplier par 0,8.
2. Calculer u_1, le nombre de donateurs en 2021. Puis calculer u_2 et u_3. Que représentent ces valeurs ?

Exercice 6 Le 1er janvier 2020, Ahmed place 1 000 € sur un compte rémunéré à 4% d'intérêts composés annuels. Chaque 1er janvier à partir de 2021, il dépose 100 € supplémentaires sur le livret. On note C_0 le capital de départ en euros, donc $C_0 = 1000$, puis pour tout entier naturel n, C_n est le capital l'année $2020 + n$.

1. Calculer le capital C_1 disponible au 1er janvier 2021, puis le capital C_2.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer le capital disponible le 1er janvier 2035.

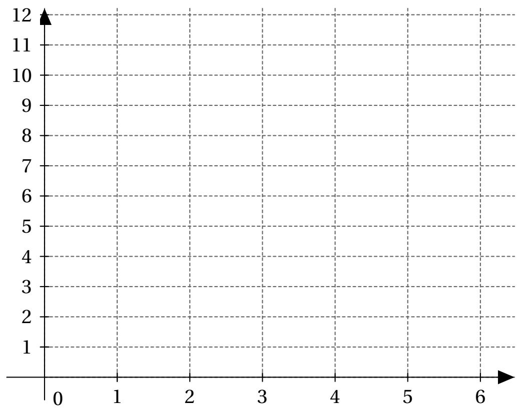
Représentation graphique et sens de variation

Exercice 7 :

Soit $u_n = n^2 - 6n + 10$ pour tout entier naturel n.

Complétez le tableau de valeurs suivant puis placez les points dans le repère ci-contre.

n	u_n
0	
1	



Exercice 8 On considère la suite définie par son terme initial $u_0 = 5$ et par la formule de récurrence, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = -10 + u_n$. Représenter la suite (u_n) puis étudiez les variations de (u_n).

Exercice 9 Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) en calculant la différence $u_{n+1} - u_n$ dans les cas suivants :

1. $u_0 = 9$ et $u_{n+1} = u_n - n^2$.
2. $u_0 = -7$ et $u_{n+1} = u_n - 7n$.
3. $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = u_n + n^2 + 3$.

Exercice 10 Pour chacune des suites, exprimer u_{n+1} en fonction de n, puis déterminer le sens de variation de la suite en étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$.

1. $u_n = 3n^2 - 4$
2. $u_n = 5n - 8$
3. $u_n = n^2 - 2n + 1$

Avec l'outil informatique

Exercice 11

1. Calculez sur tableur les termes de rangs 0, 1 et 19 de la suite (u_n) définie par l'expression de son terme de rang n : pour tout entier naturel n, $u_n = 2n - 1$.
2. Calculez sur tableur les termes de rangs 1, 2 et 39 de la suite (v_n) définie par récurrence : terme initial $v_0 = 1,1$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 2v_n - 1$.

Exercice 12 On considère la suite (u_n) définie par son premier terme u_0 et la relation de récurrence $u_{n+1} = 4u_n - 1$ pour tout entier naturel n. Écrire un algorithme de calcul de N-ième terme de la suite (u_n) à partir de la saisie du premier terme et de l'entier N.

Exercice 13 Vincent a ouvert deux magasins : Aless et Best. Quelques jours après l'ouverture, il étudie l'évolution de la recette journalière dans chacun des magasins, et souhaite effectuer des modélisations pour faire des prévisions.

- La recette du magasin Aless, en euros, se modélise par la suite (a_n) définie par : $a_n = 20n^2 - 240n + 1\,240$ où n est le nombre de jours écoulés après l'ouverture.
  Pour $n = 0$ on a $a_0 = 1\,240$: la recette est de 1 240 euros le jour de l'ouverture du magasin Aless.
- La recette du magasin Best se modélise par la suite (b_n) définie par $b_n = 10n^2 + 250$

Vous calculerez les treize premiers termes de ces suites et vous les représenterez graphiquement.

1. Faire la feuille de calcul ci-dessous sur un logiciel tableur type Excel :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Jour n	an	bn					
2	0							

2. Par recopie vers le bas à partir de A3 affichez les entiers jusqu'à 13.
3. Trouvez puis insérez en B2 la formule pour que, par recopie vers le bas, les termes de la suite (a_n) s'affichent :
   a. `=20A2^2-240A2+1240`
   b. `=20*A2^2-240*A2+1240`
   c. `=20*A2^2-240*A2+$1240`
4. Insérez une formule en C2 afin que par recopie vers le bas s'affiche la recette du magasin Best durant les 13 premiers jours.
5. Affichez sur la feuille de calcul le nuage de points représentant les termes de la suite obtenus en colonnes B et C.
6. À l'aide du graphique ou des valeurs calculées, répondez aux questions suivantes :
   a. Dans quel magasin la recette a-t-elle augmentée ?
   b. À partir de quel jour la recette du magasin Best dépasse-t-elle celle du magasin Aless ?